Rozumowania niemonotoniczne

(notatki do wykładów)

Andrzej Wiśniewski
Andrzej.Wisniewski@amu.edu.pl

wersja beta 1.2

Zacznijmy od cytatu:

"... we are said to be *reasoning nonmonotically* when we allow that a conclusion that is well drawn from given information may need to be withdrawn when we come into possession of further information, even when none of the old premises are abandoned. In brief, a consequence relation is *nonmonotonic* iff it can happen that a proposition x is a consequence of a set A of propositions, but not a consequence of some superset $A \cup B$ of A."

David Makinson, *How to Go Nonmonotonic*, w:
D. Gabbay, F. Guenthner (eds.), **Handbook of Philosophical Logic**, Second Edition, Volume 12, Springer, Dordrecht 2005, s. 177.

Zilustrujmy to przykładem:

Ptaki fruwają.
Tweety jest ptakiem.

Tweety fruwa.

Ptaki fruwają. Ale nie pingwiny.
Tweety jest ptakiem. Konkretnie: pingwinem.

Tweety nie fruwa.

Widzimy, że rozszerzenie zbioru przesłanek o zdania niosące nowe informacje zobowiązuje (*commit*) nas do wycofania poprzedniego wniosku i – w rozważanym przypadku – do przyjęcia nowego wniosku.

Jednym z typów rozumowania niemonotonicznego jest tzw. *default reasoning* (nie silę się na przekład tego terminu, z braku dobrego pomysłu:)). Znowu cytat:

"Without attempting anything like a formal definition, one can think of default reasoning, very roughly, as reasoning that relies on the absence of information as well as its presence, often mediated by rules of the general form: given *P*, conclude *Q* unless there is no information to the contrary."

John F. Horty, *Nonmonotonic Logic*, w: Lou Goble (ed.), **The Blackwell Guide to Philosophical Logic**, Blackwell Publishing 2002, s. 336.

Ważne: w rozumowaniach powyższego typu istotne są nie tylko posiadane informacje, ale również brak informacji ściśle określonego rodzaju !

Wróćmy do Tweety'ego. Intuicyjnie rzecz biorąc, wniosek "Tweety fruwa" można wyprowadzać ze zbioru przesłanek zawierającego m.in. zdania "Ptaki fruwają" oraz "Tweety jest ptakiem" wówczas, gdy w zbiorze przesłanek nie ma niczego, co – mówiąc ogólnie – przeczyłoby temu wnioskowi. Pozostaje pytanie, jak ściśle wyrazić tę intuicję.

W tzw. *Default Logic* (nie mam pomysłu na dobry przekład, stąd dalej będę używał terminu angielskiego) wprowadza się dwa typy reguł wnioskowania:

- *zwykłe* (*ordinary*): mają one postać uporządkowanych par zdań <*A*, *B*>, gdzie *A* to przesłanka, a *B* to konkluzja,
- *default*: mające postać <*A*: *C*/ *B*>, gdzie *A* i *B* są rozumiane jak wyżej, natomiast zdanie *C* nosi nazwę uprawomocnienia (*justification*) konkluzji *B*.

Pojęcie reguły, którym tutaj operujemy, jest zatem rozumiane w sposób, w jaki rozumie się je zwykle w informatyce: są nimi *konkretne* pary/trójki zdań, a nie – jak najczęściej czyni się to w logice – *zbiory* takich obiektów (czyli relacje). Mówiąc o zdaniach, mamy na myśli formuły zdaniowe bez zmiennych wolnych.

Tzw. normalne reguły typu *default* podpadają pod schemat:

$$<A : B / B>$$

gdzie A, B są zdaniami. Warunek uprawomocnienia/ stosowalności reguły o takim schemacie jest następujący: możemy wyprowadzić B z A o ile B jest niesprzeczne z tym, co wiadomo.

B przed ukośnikiem pełni tutaj rolę warunku stosowalności/uprawomocnienia.

Odpowiednie reguły typu *default* dla przypadku Tweety'ego mają postać:

$$<P(t) : F(t) / F(t)>$$

$$<P^*(t) : \neg F(t) / \neg F(t)>$$

gdzie P to predykat **`jest ptakiem`**, P^* to predykat **`jest pingwinem`**, F jest predykatem **`fruwa`**, a t oznacza "Tweety". Intuicyjny sens tych reguł jest następujący:

jeśli Tweety jest ptakiem, to można stąd wyprowadzić wniosek "Tweety fruwa"- o ile (as long as) *wniosek ten jest niesprzeczny z tym, co wiadomo;*

jeśli Tweety jest pingwinem, to można stąd wyprowadzić wniosek "Tweety nie fruwa" - o ile wniosek ten jest niesprzeczny z tym, co wiadomo.

Pod pojęciem *default theory* rozumie się parę uporządkowaną:

$$<\boldsymbol{W}, \boldsymbol{D}>$$

gdzie $\boldsymbol{W}$ jest zbiorem zdań (odpowiedniego języka sformalizowanego), a $\boldsymbol{D}$ jest zbiorem (normalnych) reguł typu *default*.

Przypadek Tweety'ego jest początkowo reprezentowany przez następującą *default theory* Δ:

$$<\{P(t)\}, \{<P(t) : F(t) \,/\, F(t)>\}>$$

do konsekwencji której należy $F(t)$, jako konkluzja stosowalnej – w rozważanym przypadku - reguły typu *default;* reguła ta jest stosowalna, albowiem $F(t)$ nie jest sprzeczne z $P(t)$. Następnie jednak przechodzimy:

☛ albo do *default theory* Δ^*:

$$<\{P(t), \neg F(t)\}, \{<P(t) : F(t) \,/\, F(t)>\}>$$

-- która nie ma wśród swoich konsekwencji zdania $F(t)$, albowiem odpowiednia reguła nie jest już stosowalna, jako że $F(t)$ jest sprzeczne z $\neg F(t)$,

☛ albo do *default theory* Δ^{**} uwzględniającej dodatkowo informacje, iż Tweety jest pingwinem, a pingwiny są ptakami:

$$<\{P^*(t),\ \forall x(P^*(x) \rightarrow P(x)),\ \neg F(t))\},$$

$$\{<P(t) : F(t) \,/\, F(t)>, <P^*(t) : \neg F(t) \,/\, \neg F(t)>\}>.$$

-- która również nie ma wśród swoich konsekwencji zdania $F(t)$, albowiem reguła:

$$<P(t) : F(t) \,/\, F(t)>$$

nie jest stosowalna. Natomiast teoria Δ^{**} ma rzecz jasna wśród swoich konsekwencji zdanie $\neg F(t)$, będące zresztą konkluzją reguły:

$$<P^*(t) : \neg F(t) \,/\, \neg F(t)>$$

która jest stosowalna, ponieważ zdanie $\neg F(t)$ nie jest sprzeczne z wyjściowymi przesłankami.

☛ albo do ... *etc*.

Aby powiedzieć, co to znaczy, że zdanie *A* jest konsekwencją danej *default theory* $\Delta = \langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{D} \rangle$, musimy wprowadzić pewne pojęcia pomocnicze.

Niech $\Delta = \langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{D} \rangle$ będzie *default theory*, a *X* będzie zbiorem zdań języka, w którym została sformułowana Δ. Wówczas symbolem $\Gamma_\Delta(X)$ oznaczamy najmniejszy zbiór spełniający następujące warunki:

- $\boldsymbol{W} \subseteq \Gamma_\Delta(X)$,
- $\mathbf{Cn}_{\boldsymbol{L}}(\Gamma_\Delta(X)) = \Gamma_\Delta(X)$,
- dla każdej reguły typu *default* postaci $(A : B / B)$ należącej do $\boldsymbol{D}$: jeśli $A \in \Gamma_\Delta(X)$ oraz '$\neg B$' $\notin X$, to $B \in \Gamma_\Delta(X)$.

Zbiór $\Gamma_\Delta(X)$ jest zatem nadzbiorem zbioru $\boldsymbol{W}$, jest domknięty z uwagi na operację konsekwencji logicznej oraz zawiera wszystkie konkluzje tych wszystkich reguł typu *default* teorii Δ, które są stosowalne ze względu na zbiór *X*.

Zbiór zdań *Y* jest rozszerzeniem *default theory* Δ wtw $\Gamma_\Delta(Y) = Y$.

Zauważmy, że – zgodnie z podanym określeniem – dana *default theory* może mieć wiele rozszerzeń!

Rozważmy znany przykład. Mamy:

- *Nixon jest kwakrem*.
- *Nixon jest republikaninem*.
- *Kwakrzy są pacyfistami*.
- *Republikanie nie są pacyfistami*.

Sytuację powyższą reprezentuje następująca *default theory*:

$$\langle\{K(n), R(n)\}, \{\langle K(n) : S(n) \,/\, S(n)\rangle, \langle R(n) : \neg S(n) \,/\, \neg S(n)\rangle\}\rangle$$

(notacja jest, mam nadzieję, "samotłumacząca"), dla której istnieją następujące rozszerzenia:

- $\mathbf{Cn}_L(\{K(n), R(n), S(n)\})$,
- $\mathbf{Cn}_L(\{K(n), R(n), \neg S(n)\})$.

Mówiąc ogólnie, bycie elementem rozszerzenia danej *default theory* jest warunkiem niezbędnym bycia jej konsekwencją. Mamy tutaj jednak różne rozwiązania szczegółowe:

- zdanie *A* jest konsekwencją *default theory* Δ wtw *A* jest elementem *jakiegoś* rozszerzenia teorii Δ;
- zdanie *A* jest konsekwencją *default theory* Δ wtw *A* jest elementem *jakiegoś wybranego* rozszerzenia teorii Δ;
- zdanie *A* jest konsekwencją *default theory* Δ wtw *A* jest elementem *każdego* rozszerzenia teorii Δ.

Którekolwiek rozwiązanie wybierzemy, odpowiednia operacja konsekwencji nie będzie spełniać warunku monotoniczności.

Dygresja 1. **Schematy reguł typu *default***

Czasami, oprócz reguł typu *default* o schemacie:

$$<A : B / B>$$

(zwanych normalnymi), wprowadza się również reguły typu *default* o schematach:

$$<A : C / B>$$

gdzie zdanie C – wyrażające warunek stosowalności – jest różne od B. Przykładowo, trójka uporządkowana:

$$< P(t) : F(t) \wedge \neg P^*(t) \,/\, F(t) >$$

jest regułą typu *default* o następującym sensie intuicyjnym:

> *jeśli Tweety jest ptakiem, to można stąd wyprowadzić wniosek "Tweety fruwa" - o ile to, że Tweety fruwa oraz nie jest pingwinem, jest niesprzeczne z tym, co wiadomo*.

Wówczas jednak odpowiednim modyfikacjom ulegają pojęcia *default theory*, jej rozszerzenia etc. Kwestie te pominiemy.

Dygresja 2. **"Zasada zamkniętego świata"** (*closed-world assumption*)

Najogólniej rzecz biorąc, tytułowa zasada leży u podstaw rozumowań, w których z braku danych potwierdzających/ dokumentujących zachodzenie tego, że ϕ wnosimy, że ϕ nie zachodzi.

Przykładowo, jeśli nie znajdziemy w rozkładzie jazdy PKP informacji o istnieniu bezpośrednich połączeń kolejowych między Sławą Wlkp. a Gnieznem, wnosimy stąd, że takich połączeń nie ma.

W świetle *Default Logic* rozumowania powyższego rodzaju są kierowane regułami typu *default*. Odpowiednia reguła dla naszego przykładu ma postać:

<T: ¬**bezp_poł**(**Sława Wlkp., Gniezno**) / ¬**bezp_poł**(**Sława Wlkp., Gniezno**)>

gdzie T jest stałą *Verum*.

Dlaczego używamy tutaj stałej *Verum*? Cóż, zapraszam na wykład :)

Dygresja 3. **Rozumowania praktyczne i planowanie działań**

Rozważmy rozumowanie studenta, który właśnie zakończył egzamin testowy i ma – uzasadnione! – przekonanie, że udzielił poprawnych odpowiedzi na wszystkie pytania. Będzie ono przebiegać od przesłanki:

Udzieliłam/udzieliłem poprawnych odpowiedzi na wszystkie pytania.

do wniosku:

Dostanę ocenę bdb.

Student jednak zna życie i wie, że egzaminator może pomylić testy, użyć przy sprawdzaniu niewłaściwego szablonu, zgubić test, złośliwie nie zaliczyć pewnych skreśleń/ zakreśleń, *etc*. – lista takich okoliczności jest właściwie nieograniczona. Jednakże nasz hipotetyczny student nie używa w charakterze dodatkowych przesłanek zdań stwierdzających po kolei, że okoliczności takie nie zajdą. Jej/jego domyślna przesłanka głosi:

Nie zajdzie nic "dziwnego".

W świetle *Default Logic* nasz hipotetyczny student korzysta w swoim rozumowaniu m.in. z następującej reguły typu *default*:

<T: ¬*Weird* / ¬*Weird*>

która pozwala wyprowadzić zdanie "Nie zajdzie nic <dziwnego>" w sytuacji, gdy nic nie świadczy o tym, że coś <dziwnego> zajdzie.

Podobnie jest w przypadku planowania działań.

Dygresja 4. **Końcowa**

Omawiając problematykę rozumowań niemonotonicznych, skoncentrowaliśmy się na ich charakterystyce przy pomocy środków dostarczanych przez *Default Logic*, a i tutaj ograniczyliśmy się do podania kilku wstępnych informacji.

Rozumowania niemonotoniczne są jednak analizowane także za pomocą innych aparatur pojęciowych. Przykładowo, używa się tutaj pewnych pojęć z zakresu teorii modeli, konstruując teorie, w których kluczową rolę pełni semantyczne pojęcie *circumscription*. Innym przykładem są rozważania nad pojęciem konsekwencji niemonotonicznej, prowadzone w ramach – odpowiednio wzbogaconej – ogólnej teorii konsekwencji. [1]

---

[1] Zainteresowanych odsyłam do monografii Davida Makinsona: **Bridges from Classical to Nonmonotonic Logic** (London 2005), której polski przekład "Od logiki klasycznej do niemonotonicznej" został wydany przez Wydawnictwo Naukowe UMK w Toruniu w 2008 r.

I wreszcie: operacje konsekwencji charakteryzowane/ wyznaczone przez pewne logiki nieklasyczne nie mają własności monotoniczności – chociaż obszarem zamierzonych zastosowań tych logik nie były/ są rozumowania niemonotoniczne.

Rozwinięcie tej ostatniej uwagi wymagałoby rozpoczęcia nowego cyklu zajęć.

Czego nie uczynimy.